

Redaguje Jerzy B. BROJAN

460. – Za gorąca jest ta kawa, zaczekam parę minut, aż się ochłodzi – powiedział Andrzej.

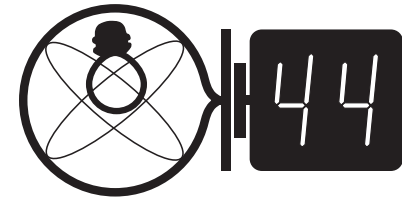
– Albo niech doleje Pan sobie mleka, będzie chłodniejsza – zaproponowała Elżbieta. – Akurat pozostało go trochę w filiżance.

– Zrobię jedno i drugie, boli mnie język – zdecydował Andrzej.

– Najlepiej niech Pan najpierw zaczeka, a potem doleje mleka – wtrącił się Krzysztof. – Kawa szybciej stygnie, gdy jest gorąca.

– To prawda, ale można też część kawy wlać od razu do mleka – powiedziała Elżbieta.

– Wtedy będą stygnąć dwa naczynia, a nie jedno. Potem zleje Pan oba do jednej filiżanki.



Termin nadsyłania rozwiązań:

31 VIII 2008

Która osoba ma rację – Krzysztof, czy Elżbieta? Jeśli Elżbieta, to ile kawy trzeba przelać na początku? Jaką najniższą temperaturę całosci można osiągnąć? Wystarczy rozwiązanie numeryczne, przy następujących wartościach danych: masa kawy 150 g, jej temperatura początkowa 100°C, masa mleka 50 g, temperatura mleka (równa temperaturze otoczenia) 20°C, czas stygnięcia 5 minut. Ciepło właściwe kawy i mleka jest jednakowe, a tempo odpływu ciepła do otoczenia nie zależy od ilości płynu

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 2/2008

452. Mały ciężarek wisi na nici o długości l i kołysze się z amplitudą kątową α_0 . Aby rozkołysać go mocniej, wprawiamy punkt zawieszenia w ruch harmoniczny o amplitudzie b i odpowiednio dobranej częstotliwości oraz fazie. Jaką maksymalną amplitudę kątową α_1 ciężarek może osiągnąć po czasie t ? Wystarczy odpowiedź przybliżona, dla małej wartości b , a dużej (znacznie większej od okresu drgań) wartości t . Obie amplitudy wahań – początkowa α_0 i końcowa α_1

452. a) Jeśli amplituda kątowa jest równa α , to w przybliżeniu małych wychyleń współrzędna pozioma położenia ciężarka zależy od czasu zgodnie ze wzorem $x = l\alpha \sin \omega t$. Współrzędna pozioma siły pochodzącej od punktu zawieszenia jest więc opisana wyrażeniem

$$F = ma_x = -ml\omega^2 \sin \omega t = -mg\alpha \sin \omega t$$

W przybliżeniu wzór ten obowiązuje także dla ruchomego punktu zawieszenia, pod warunkiem, że te ruchy są niewielkie (małe b). Rozkołysanie wahadła wymaga dostarczenia mu energii, zgodnie ze wzorem

$$dE/dt = P = Fv$$

gdzie v jest prędkością punktu zawieszenia. Widzimy, że energia jest przekazywana najszybciej wtedy, gdy częstotliwość ruchu punktu zawieszenia jest równa częstotliwości wahań (warunek rezonansu), a faza prędkości jest zgodna z fazą siły i przeciwna do fazy wychylenia wahadła, tzn. $v = -b\omega \sin \omega t$. Średnią wartością funkcji $\sin^2 \omega t$ jest $\frac{1}{2}$, zatem uśredniona po jednym okresie moc P jest równa

$$P_{sr} = \frac{1}{2}mgab\omega.$$

Przyrównujemy P_{sr} do dE/dt , gdzie dt jest jednym okresem wahań lub jego wielokrotnością (jest to jednak czas na tyle krótki, aby amplituda α nie zmieniła się znacząco). Podstawiamy energię drgań $E = \frac{1}{2}mgl\alpha^2$ i rozwiązujemy równanie, dochodząc do wyniku

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{b\omega t}{2l}.$$

b) Oznaczmy przez φ chwilową wartość kąta odchylenia wahadła od pionu, a przez Ω – prędkość kątową wahadła. Wielkości te zależą od czasu według wzorów

$$\varphi = \alpha \sin \omega t, \quad \Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \alpha\omega \cos \omega t.$$

Siła napięcia nici F jest sumą odpowiedniej składowej

w naczyniu, jest proporcjonalne do różnicy temperatur i takie, że jeśli początkowo pozostawimy kawę w całosci, to po minucie jej temperatura spadnie do 95°C. Pominąć pojemność cieplną samych naczyń.

461. W kubku, którego wewnętrzna powierzchnia jest walcem, znajdują się dwie kule. Suma średnic kul jest większa od wewnętrznej średnicy kubka. Czy możliwe jest, że kule nie wypadną z kubka odwróconego do góry dnem?

Przypominamy treść zadań:

– są niewielkie. Zadanie ma dwa warianty, w których punkt zawieszenia porusza się wzdłuż prostej: a) poziomej, b) pionowej.

453. Koc elektryczny zawiera dwa obwody oporowe i przełącznik mocy grzania o 4 pozycjach. Jeśli minimalna moc wynosi $P_1 = 50$ W, a maksymalna $P_4 = 300$ W, to jakie są wartości dwóch pośrednich wartości mocy?

siły ciężkości i siły odśrodkowej

$$F = mg \cos \varphi + m\Omega^2 l.$$

Jej pionową składową F_y otrzymamy mnożąc F przez $\cos \varphi$, a po podstawieniu powyższych wyrażań na φ i Ω mamy

$$F_y = mg \cos^2(\alpha \sin \omega t) + m\alpha^2 \omega^2 l \cos^2 \omega t \cos(\alpha \sin \omega t)$$

Jak poprzednio, należy obliczyć średnią moc przekazywaną wahadłu przez ruchy punktu zaczepienia, czyli uśrednić po czasie wyrażenie $P = F_y v$. Równowagowa (stała) wartość $F_y = mg$ się wtedy wyzeruje, a z reszty należy – zgodnie z założeniem o niewielkiej wartości amplitudy wychyleń α – zachować wyrazy najniższego rzędu względem α , tzn. kwadratowe. Wynikiem jest

$$F_y = mg(1 + \alpha^2 \cos 2\omega t).$$

Widać, że tym razem należy wybrać częstotliwość drgań punktu zawieszenia równą 2ω , zgodnie ze wzorem $v = 2b\omega \cos 2\omega t$. Średnia moc wynosi $P_{sr} = mgb\omega\alpha^2$, a rozwiązaniem równania różniczkowego $P_{sr} = dE/dt$ jest $\alpha_1 = \alpha_0 e^{b\omega t/l}$. Oczywiście tym razem wzrost amplitudy może nastąpić tylko pod warunkiem niezerowej wartości początkowej.

453. Maksymalna moc wystąpi wtedy, gdy obwody zostaną dołączone do sieci równolegle, a minimalna – gdy zostaną dołączone szeregowo. Oznaczając ich opory jako R i R' , a napięcie źródła jako U mamy

$$P_1 = \frac{U^2}{R + R'} \quad P_4 = U^2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$$

W wyniku przekształcenia tych równań otrzymujemy

$$P_2 = \frac{U^2}{R} = \frac{1}{2} \left(P_4 - \sqrt{P_4^2 - 4P_1 P_4} \right) = 63 \text{ W}$$

$$P_3 = \frac{U^2}{R'} = \frac{1}{2} \left(P_4 + \sqrt{P_4^2 - 4P_1 P_4} \right) = 237 \text{ W}.$$

Wyniki te obowiązują przy założeniu, że opory mają wartość stałą (niezależną od temperatury).